

# The Summarize of the Discrete Element Numerical Calculation for Geotechnical Dynamic Issue

Yao Li

Chongqing Jiaotong University, Chongqing, 400074, China

**Abstract:** With the diversification and refinement of numerical calculation method, more and more engineering practice problems can be solved. For the fast development of the discrete element method, the discrete element method in solving geotechnical dynamic engineering practical problems treat as the research object of the article. The historical process and the achievement of the development of the discrete element are introduced in this article. And the article attempt to introduce the position where the discrete element method in, so it may forecast the research direction.

**Keywords:** The discrete element method; Dynamic issue of rock and soil; Constitutive model

## 岩土动力问题的离散元数值计算综述

李尧

重庆交通大学, 重庆, 中国, 400074

**摘要:** 随着数值计算方法的多元化及精细化, 能够解决的工程实际问题能越来越多。针对当前发展较快的离散元计算方法, 本文以离散元方法在解决岩土动力工程实际问题为研究对象, 论述了离散元发展的历史过程与成果, 并试图论述阐明离散元所处的地位, 以期待预测进一步的研究方向。

**关键词:** 离散元; 岩土动力问题; 本构模型

### 1 引言

众所周知, 岩土动力学是一门研究各种动载荷下岩土体变形强度特性和土体稳定性的学科。研究内容包括各种动荷载的类型和作用特点, 动荷载作用下岩土体的应力 - 应变关系, 力学性能及其对工程的影响。人类接触岩土工程已经有很长的发展历程了, 但是岩土动力学却是一门比较新的学科。这就导致现有的公式、理论不足以支撑起工程实际的应用, 也就不能完全被解决实际工程中遇见的问题。尤其是近年来工程中对防灾减灾认识的逐步重视, 人们对地震工程与工程振动产生的动力问题的解决方法汲汲渴求。

岩土体是离散体, 但当下很多数值计算中将其模拟成均质、各向同性连续介质体。这必将造成与实际工程从根本上的巨大的偏离。为了解决这一问题, 离散元被作为一种新方法被提出并应用于工程当中<sup>[1-2]</sup>。

### 2 国内外现状

离散元方法 (DEM) 思想源于分子动力学, 首

次于 1971 年由 Cundall<sup>[3-4]</sup> 和 Strack 在《A discrete numerical model for granular assemblies》一文提出, 并不断得到学者的关注和发展。此后又相继提出适用于土力学的离散元法, 并推出二维圆盘程序和三维圆球的程序形成了较为系统的模型与方法。

在 20 世纪 80 年代末, Thornton 修改了 Cundall 的 TRUBAL 程序, 以满足弹性塑性球面接触力学原理。并且可以模拟干湿, 弹塑性和颗粒两相流动问题。英国萨里大学主要研究 DEM 模拟和实验, Leeds 大学主要研究有限元和离散元方法的结合应用。法国在土力学和谷物堆积等散体堆积实验中的发展较显著。散体细观力学的主要贡献则来源于日本学者的研究, 并编著了散体力学和离散元法。

离散元法在我国要追溯到 1986 年, 由王泳嘉<sup>[5-7]</sup> 首次引入。至此以后, 把离散元法应用于岩土动力学中的研究便广泛开展起来, 目前已经取得了很大成就。

### 3 离散元法原理及本构模型

不同于具有三个要素: 单元 (或者网格)、节

点、节点之间的连结的有限自由度的离散模型（或者网格）的“网格元”，离散元单元的形状有很多种，但只有一个基本节点是物理元，这与采用由一组基本节点联成单元的有限元法、边界元法等数值方法相比有明显的不同。另外，离散单元法节点间的相关性具有明显的物理意义，这与数学方法，如数学建立节点间相关性的数值方法明显不同。因此，我们可以将离散法简单地定义为：通过物理元的单元离散方式合并构建的数值计算方法<sup>[8]</sup>。下面将针对离散元法的基本计算原理、本构模型的不同分类进行概括探讨。

### 3.1 计算原理

除不同于有限元需要满足三大方程，离散单元法中的本构关系，表现为力与位移的关系，且运动方程符合牛顿第二运动定律<sup>[9]</sup>。以 Thornton 的 GREANUL 离散元程序为例，在  $\Delta t$  时步，求颗粒的线运动和转动由方程给定。

$$\begin{cases} F_i - \beta_g V_i = m \Delta V_i / \Delta t \\ M_i - \beta_g \omega_i = I \Delta \omega_i / \Delta t \end{cases} \quad (1)$$

$F_i$  和  $M_i$  分别是不平衡力和力矩， $V_i$  和  $\Delta V_i$  为线速度和线速度增量， $\omega_i$  和  $\Delta \omega_i$  为角速度和角速度增量。 $M$ 、 $I$  分别为质量和转动惯量， $\beta_g$  为整体阻尼。求解后可以获得速度，然后获得球的新位置。

$$\begin{cases} x_i = x_i + V_i \Delta t \\ \Phi_i = \Phi_i + \omega_i \Delta t \end{cases} \quad (2)$$

无论相邻的粒子是否接触，或者原始接触点是否与每个球的新位置的坐标分离，相互接触的球会产生假性的重叠量  $\alpha$ （弹性变形如下图 1），再由接触模型公式分别求出接触力  $F_i$  和力矩  $M_i$  反带到（1）式中迭代。

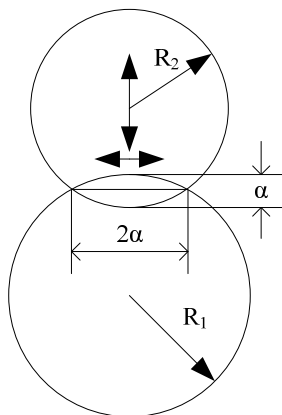


图 1. 接触模型（ $\alpha$  为假性重叠， $a$  为接触区半径）

### 3.2 本构模型研究介绍

在颗粒介质力学性质研究方面，影响颗粒力学性质的因素很多<sup>[10]</sup>，比如颗粒的形状、尺寸、表面粗糙度、孔隙率、颗粒的细观排列方式、接触形态以及含水率等，这些复杂的因素导致颗粒介质系统的机械性能有很大差异。为了分析颗粒介质的复杂力学特性，很多不同领域的学者提出了一些比较有用的模型和方法<sup>[11-13]</sup>。下面介绍离散元的本构关系分类：

#### 3.2.1 按力学机理分类

离散元法按力学机理分为接触模型和连结模型。

接触型模型就是不考虑单元间的变形协调约束，把其间的相互作用力认为是接触面上的接触力，仅由接触应力和接触变形的关系确定节点间的变形元件性质。这种方法相比于连续介质分析法，可以比较容易的模拟一些散体材料的复杂运动学和力学特性。离散单元法的方便之处就在于，将连续体转换为非连续体模型，只需要考虑连接形式的转换而不用换单元，形式从连接型转换为接触型即可。

通常假定离散元颗粒是圆形或者球形颗粒，接触模型又根据接触方式（是否变形）及求解方案不同可将其分为两大类：硬球模型和软球模型。硬球模型假设颗粒碰撞是瞬态的，并且不考虑粒子间力的大小和变形细节。它主要应用于以二元接触为主要目的的快速稀疏颗粒流。软球模型将碰撞过程看成一个连续的过程，通常基于时间驱动方案(TD)，其具有广泛的应用范围。而软球型又根据考虑不同的接触情况分为：线性弹簧阻尼模型，改进的离散元接触模型（或抗转动接触模型），Hertz-Mindline 模型<sup>[14]</sup>，颗粒团构造非圆形颗粒，Thornton 的三维球体干接触模型。这些模型都是为了更真实的模拟真实的颗粒接触中，颗粒间的接触面（或线、点）的变形特性，他们都是从刚性接触模型球颗粒发展而来。

硬球模型和软球模型在处理颗粒系统的不同领域表现出了各自的适用性和优越性。

连结型，就是假定单元之间没有间隙且符合变形协调条件，主要用于解决连续力学问题。一般特点是：

- (1) 单元规则排列；
- (2) 变形由变形元件存储和表现
- (3) 单元尺寸相同。

#### 3.2.2 按单元几何外形上的分类

由单元几何外形的不同,可分为块体离散元和颗粒离散元。

在块体离散元中,常用的有四面体元、六面体元;在二维问题中,可以是任意多边形元,但运用范围不是太广。当前也有不少人研究有颗粒随机组成不同形状的模式元,即团颗粒(clump)的生成方法<sup>[10]</sup>。

颗粒元主要采用球体元。颗粒元又分为圆形单元和非圆形单元。其中二维问题,多利用的是圆盘形单元。另外,还有用椭球体单元和椭圆形单元,但因为计算耗时,所以不常用。

### 3.2.3 按是否考虑颗粒间水的情况分类

按颗粒间是否考虑水的情况分为:干颗粒群、填隙流体的湿颗粒作用模型、湿流两相流<sup>[15]</sup>。湿颗粒群是密相颗粒和间质流体的混合结构,并且流体处于液桥或浸渍状态并粘附到颗粒上。如潮湿的土壤,泥土等。它不仅与干颗粒群不同,而且与主流两相流不同。如果处理精确的流体-固体耦合,则只能用大型计算机计算数以百计的粒子,因此不可行。只有掌握简化流动模型的主要因素,才能获得近似的结果。

### 3.2.4 其他专业的模型

- (1) 动理论模型;
- (2) 元胞自动机模型;
- (3) 分子动力学模型。

## 4 本课题目前的主要研究成果及模拟效果

目前离散元数值模拟应用正在初步发展阶段,主要应用的方面在对散体颗粒的运动形态的模拟,离散元模拟堆积问题<sup>[16-17]</sup>、流动问题<sup>[18]</sup>、分离与混合、抛石振动密实过程等。另外就是对散体颗粒的力学行为进行模拟<sup>[19]</sup>,最早提出应用于研究节理岩体边坡稳定性问题,对其中的力学参数进行监测评价安全性。下面就岩土工程中不同方面应用进行阐述。下面针对岩土工程中的不同对象进行分析和阐述当前的研究重点和内容。

马宗源<sup>[20]</sup>等人利用离散元软件对碎石土地基的动力夯实效果进行了分析,探讨了碎石土地基动力夯实数值模拟的可行性。蒋鹏、谢能刚<sup>[21-23]</sup>等人研究了强夯加固法在深厚松散块石土中作用机理问题,得出了夯击能量在地基土中的传播特征以及地基位移和表面动接触应力的变化规律。石崇、苏燕<sup>[24-25]</sup>等人利用离散元数值模拟分析的方法,针对地震作用下陡岩边坡块体倾覆理论及离散介质的动力边界条件进行了研

究,探求地震作用下陡岩产生滑坡、崩塌等灾害的诱发机理。邱成春<sup>[26]</sup>等人用离散元数值软件研究了交通荷载下无筋路堤、普通土工格栅加筋和带加强节点土工格栅加筋路堤的不同动力响应并作了对比分析。廖少波、宁宇<sup>[27-28]</sup>等人利用三维离散元软件 3DEC,对边坡稳定性进行了分析研究,其中廖少波探讨了结构面产状对岩质边坡动力响应的影响,宁宇则在其研究中结合了强度折减法。这都使得工程中对于边坡稳定性分析变得合理高效。孟令森<sup>[29]</sup>等人基于离散元理论构建模型模拟挤压条件下盐上褶皱和推覆带构造的形成、演化过程,对盐相关挤压构造演化的控制因素既岩性强弱和推覆速度等进行了研究。唐志平、刘凯欣等人<sup>[30-31]</sup>研究了三维离散元模型,提出了稳定条件和参数确立的方法,建立了可实现连接型向接触型模型转化的计算程序,对典型的冲击动力学问题进行了三维数值模拟。

## 5 本课题总结及发展趋势预测

下面将对离散元解决动力问题存在的问题进行分析讨论,试图分析出离散元存在的问题和将来研究的方向。

### 5.1 离散元法存在的问题

首先对比于众多数值计算方法,离散元方法存在以下几个问题:

- (1) 离散元历史短,属于一种比较新的思想方法,现在还处于定性合理,但是定量计算效果比较差;
- (2) 方法不成熟,试用性差,在工程中的应用相对比较少;
- (3) 由于离散单元法存在固有严格性的缺点,因此运动,力和变形这三个要素都有假设。

### 5.2 计算原理

(1) 自身理论研究,假设太多。虽然离散元在研究和揭示颗粒物质中微观力学行为方面有明显的优势。但是目前颗粒物质的微观量和系统的宏观性质之间的内在关系还没有完全建立。离散元软件中的参数只是细观上的,但实际中测试到的数据一般是宏观方向上的,这也导致模型本构参数的选取较难,对不同岩土材料的模拟难以模拟准,工程实现困难。

(2) 算法研究。计算机中的并行计算是研究方向。离散元法相比其他的计算方法并无算法上的优

势,虽然在非线性力学问题上,离散元法具有便捷性,但不可否认,计算量大、计算时间长的缺点仍然存在。因此,优化离散元算法是解决离散元计算效率的关键问题。

(3)不同算法之间的耦合效果,不同算法之间的耦合研究与应用并不少见。不同模型元素之间的当前耦合问题并不好。但针对离散元中对连续介质的模拟和改进的研究是很必要的。

(4)目前为止,颗粒形状仍以圆形为主。不可否认的是,尽管接触力学理论在球形模型中更加精确,但实际的颗粒形状不同,并且由此产生的偏差难以弥补球模型。非圆形的颗粒,如椭球体模型,具有更复杂的接触模型,必须随机给定颗粒初始方向。而粘连球颗粒模型还不具备太好的应用型。这就需要我们进一步加强研究。

(5)软件前后可视化发展,软件界面更人性化的发展必将是一个重要的趋势。

## References (参考文献)

- [1] Lsuji K, Zheng W, Gao L, Tanimura S. A numerical analysis for stress wave propagation of anisotropic solids by discrete element method. In: Chiba A, Tanimura S, Hokamoto K, eds. Proceedings of the 4th International Symposium on Impact Engineering. Kumamoto, Japan, 2001-07-16-18. UK: Elsevier Science Ltd, 2001, 589~594.
- [2] Sawamoto Y, Tsubota H, Kasai Y, Koshika N, Morikawa H. Analytical studies on local damage to reinforced concrete structures under impact loading by discrete element method. Nuclear Engineering and Design, 1998, 179: 157~177.
- [3] Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky system. In: Muller Led, e d. Proc Symp Int Soc Rock Mechanic Rotterdam: Ba lkama A A, 1971, (1), 8~12.
- [4] Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky system. Symposium ISRM. Nancy, France, 1971, 2:129-136.
- [5] 王泳嘉. 离散元法及其在岩土力学中的应用[M]. 东北: 东北大学出版社, 1991, 60~89
- [6] 王泳嘉,邢纪波. 离散元法同拉格朗日元法及其在岩土力学中的应用[J]. 岩土力学, 1995, 16(2).
- [7] 邢纪波, 王泳嘉. 离散元法的改进及其在颗粒介质研究中的应用[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 51~57.
- [8] 刘凯欣,高凌天. 离散元法研究的评述[J]. 力学进展, 2003, 33(4).
- [9] Itasca Consulting Group, Inc.. PFC2D-particle flow code in 2 dimensions(version3.1)[R]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc, 2004
- [10] 孙其诚,王光谦,胡凯衡. 颗粒物质力学的几个关键问题的思考[J]. 自然科学进展, 2008, 18 (10): 1104-1110.
- [11] 董辉,马一跃,傅鹤林,王智超,陈铖. 颗粒离散元模拟堆积碎石土变形的参数灵敏度分析[J]. 计算力学学报, 2014, 32 (2): 192~198.
- [12] 金峰, 贾伟伟, 王光纶. 离散元一边界元动力耦合模型 [J]. 水利学报, 2001, (2): 24-28.
- [13] Lemon J V, Brady B H G. Stress Distribution in A Jointed And Fractured Medium[A]. Rock Mechanics Theory Experiment Practice[M]. New York: [s. n.], 1983: 53-59.
- [14] Johnson K L(英)著. 接触力学[M]. 徐秉业, 译, 北京: 高等教育出版社, 1992: 96-119
- [15] Dowding C H, Belytschko T B, Yen H J. A coupled finiteelement-rigid block method for transient analysis of rock caverns[J]. Int. J. Num. Anal. Methods Geomech. 1983, 7: 117-127.
- [16] 李婉宜,曾攀,雷丽萍,林大超. 离散颗粒流动堆积行为离散元模拟及实验研究[A]. 力学与实践, 2012, 34 (1): 020-027.
- [17] 李艳洁,徐泳. 用离散元模拟颗粒堆积问题[J]. 农机化研究, 2005, 02.
- [18] Dowding C H, Belytschko T B, Yen H J. A coupled finiteelement-rigid block method for transient analysis of rock caverns[J]. Int. J. Num. Anal. Methods Geomech. 1983, 7: 117-127.
- [19] 周晓青, 王元汉. 离散单元法与边界单元法的外部耦合计算[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15: 231-235.
- [20] 马宗源, 徐清清, 党发宁. 碎石土地基动力夯实的颗粒流离散元数值分析[J]. 工程力学 2013, 30(增刊): 184~190
- [21] 蒋鹏,李荣强,孔德坊. 强夯振动影响的数值分析[J]. 地下空间, 2001, 21 (5): 544~548.
- [22] 蒋鹏,李荣强,孔德坊. 强夯大变形冲击碰撞数值分析[J]. 岩土工程学报, 2000, 22 (2): 222~226.
- [23] 谢能刚,王璐,邱晗. 强夯动接触力的碰撞分析与并行优化求解[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23 (13): 2172~2176
- [24] 石崇,王盛年,刘琳. 地震作用下陡岩崩塌颗粒离散元数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32 (增1) 2798~2804.
- [25] 苏燕,兰斯梅,丁建辉. 地震诱发滑坡形成机理与动态模型研究[J]. 福州大学学报, 2015, 43 (3): 0382~0387
- [26] 邱成春,张孟喜,王一鸣. 带加强节点土工格栅加筋路堤动力响应的颗粒流分析[J]. 上海交通大学学报, 2015, 49 (7): 957~967
- [27] 廖少波,王俊毅,刘晓,张抒. 结构面产状对岩质边坡动力响应的影响[J]. 人民长江, 2014, 45 (1): 57~61.
- [28] 宁宇,徐卫亚,郑文棠. 应用离散元强度折减对复杂边坡进行稳定性分析[J]. 岩土力学, 2007, 28: 0569~0575.
- [29] 孟令森,尹宏伟,张洁,徐士进. 岩石强度和应变速率对水平挤压变形影响的离散元模拟[J]. 岩石学报, 2007, 023(11): 2918~2926.
- [30] 唐志平. 三维离散元方法及其在冲击力学中的应用[J]. 中国科学: 技术科学. 2003, 33(11): 989~998.
- [31] 刘凯欣,高凌天. 离散元法在求解三维冲击动力学问题中的应用[J]. 固体力学学报, 2004, 25 (2) .